

BÀI TẬP GIẢI TÍCH 1

Năm học 2021 - 2022

Chương 1. Giới hạn và liên tục

Bài 1. Tính giới hạn

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 5} - x)$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 5x - 1} - \sqrt{x^2 + 3x + 3})$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} - \sqrt[3]{\cos x}}{\sin^2 x}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - \sqrt{x}} - \frac{2}{1 - \sqrt[3]{x}} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x}}}{\sqrt{x+1}}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 \left(1 - \cos \frac{1}{x} \right)$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x^2} - \cos x}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4 + \cos x}}{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^x - x^2}{x - 2}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - 1 + x^2}{x \tan x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{\sqrt{1+2x} - 1}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sqrt[4]{1+4x^2} - 1}$
- $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{\ln(1 + x \sin x)}$
- $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x} \cdot \sqrt{\cos 2x}}{\sin^2 x}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \tan \frac{\pi x}{2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+1}{3x+2} \right)^{4x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2+1}{3x^2+5} \right)^{2x^2+x}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2+1}{2x^2-5} \right)^{x^2}$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{3x}$
- $\lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sin \pi x)^{\cot \pi x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x^2)^{\cot^2 x}$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \sqrt{\cos \sqrt{x}}$

Bài 2. Vô cùng bé, vô cùng lớn

1. So sánh các VCB sau:

- $f(x) = 1 - \cos 2x$ và $g(x) = x$ khi $x \rightarrow 0$.
- $f(x) = \ln(1 + \sin x)$ và $g(x) = 2x$ khi $x \rightarrow 0$.
- $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ và $g(x) = x^2$ khi $x \rightarrow 0$.
- $f(x) = x - 1$ và $g(x) = \cot \frac{\pi x}{2}$ khi $x \rightarrow 1$.
- $f(x) = 1 - \cos^2 x$ và $g(x) = \ln(1 + x^2)$ khi $x \rightarrow 0$.

(f) $f(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ và $g(x) = \sin x$ khi $x \rightarrow 0$.

(g) $f(x) = \cos \frac{2}{x} - \cos \frac{1}{x}$ và $g(x) = \frac{1}{x}$ khi $x \rightarrow \infty$.

(h) $f(x) = x \cdot \cos \frac{1}{x}$ và $g(x) = x$ khi $x \rightarrow 0$.

2. So sánh các VCL $f(x) = e^x + e^{-x}$, $g(x) = e^x - e^{-x}$ khi

(a) $x \rightarrow +\infty$.

(b) $x \rightarrow -\infty$.

3. Tìm phần chính dạng Cx^α khi $x \rightarrow 0$ của VCB:

(a) $f(x) = \sqrt{1-2x} - 1 + x$.

(c) $f(x) = e^{x^2} - \cos x$.

(b) $f(x) = \tan x - \sin x$.

(d) $f(x) = \sqrt{3} - \sqrt{2 + \cos x}$.

Bài 3. Xét tính liên tục

1. $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{e^{2x} - e^{-x}} & \text{với } x \neq 0 \\ a & \text{với } x = 0 \end{cases}$

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ a + 2 \cos x & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$

2. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ a & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$

5. $f(x) = \begin{cases} (x^2 - 1) \sin \frac{\pi}{x-1} & \text{nếu } x \neq 1 \\ a & \text{nếu } x = 1 \end{cases}$

3. $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ a & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$

6. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{1+2x} - 1}{x} & \text{nếu } x > 0 \\ a + x^2 & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$

Chương 2. Đạo hàm và vi phân

Bài 1. Tính đạo hàm

1. Tính đạo hàm của các hàm số sau:

(a) $y(x) = x|x|$.

(b) $y(x) = |(x-1)^2(x+1)|$.

(c) $y(x) = |(x+1)^2(x+2)^3|$.

(d) $f(x) = \begin{cases} x(x+1)^2 & \text{với } x \geq 0, \\ -x(x+1)^2 & \text{với } x < 0. \end{cases}$

(e) $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{với } x < 0, \\ 1+x & \text{với } x \geq 0. \end{cases}$

(f) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{nếu } x < 2 \\ 2x - 4 & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$

(g) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{với } x \leq 2, \\ 9 - 2x & \text{với } x > 2. \end{cases}$

(h) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 3x & \text{nếu } x \leq 0, \\ \ln(1+x) - x & \text{nếu } x > 0. \end{cases}$

(i) $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1 & \text{nếu } x \leq 0, \\ \ln(1+x) & \text{nếu } x > 0. \end{cases}$

(j) $f(x) = \begin{cases} \arctan x - x & \text{nếu } x < 0, \\ x^2 + 2x & \text{nếu } x \geq 0. \end{cases}$

(k) $f(x) = \begin{cases} \arctan x & \text{với } x \geq 0 \\ x^2 + x & \text{với } x < 0 \end{cases}$

2. Tính $y'(0)$ bằng định nghĩa. Biết:

$$y = x(x-1)(x-2)\dots(x-2020)(x-2021)$$

3. Tính $f'_+(0), f'_-(0)$ của: $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1+e^{1/x}} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$

4. Tính $y'(x), y''(x)$ của hàm số cho dưới dạng tham số:

$$\begin{array}{lll} \text{(a)} \begin{cases} x = e^t \cos 2t \\ y = e^t \sin 2t \end{cases} & \text{(c)} \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} & \text{(e)} \begin{cases} x = t + e^t \\ y = t^2 + 2t^3 \end{cases} \\ \text{(b)} \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases} & \text{(d)} \begin{cases} x = 2e^t \cos t \\ y = 3e^t \sin t \end{cases} & \end{array}$$

Bài 2. Xét tính khả vi

1. $y = (x+2)|x-1|$.

6. Xét tính khả vi tại $x = 1$ của hàm số:

2. $f(x) = \begin{cases} 1 - \cos x & \text{nếu } x \leq 0 \\ \ln(1+x) & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$

$$y(x) = \begin{cases} x^2 e^{1-x^2} & \text{nếu } x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$$

3. $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{nếu } x \leq 0 \\ \ln(1+x) - x & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$

7. Xét tính khả vi tại $x = 0$ của hàm số:

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{2} & \text{nếu } x > 0 \\ 0 & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \arctan \frac{1}{x} & \text{nếu } x \neq 0 \\ 0 & \text{nếu } x = 0 \end{cases}$$

5. $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{4}(x+1)^2 & \text{nếu } x \geq 1 \\ x-1 & \text{nếu } x < 1 \end{cases}$

8. Tìm a, b để hàm số sau khả vi trên \mathbb{R}

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 4 & \text{nếu } x < 2 \\ ax + b & \text{nếu } x \geq 2 \end{cases}$$

Bài 3. Đạo hàm cấp cao

1. Tính đạo hàm cấp n của hàm số

(a) $f(x) = \frac{x-1}{x^2+5x+6}$.

(d) $f(x) = \ln \sqrt[3]{1-4x}$.

(b) $f(x) = \frac{12x+7}{6x^2+7x+2}$.

(e) $f(x) = \cos^4 x + \sin^4 x$.

(c) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$.

(f) $f(x) = e^{2x}(3x+5)$.

(g) $f(x) = (2x+1) \sin x$.

2. Cho hàm số $f(x) = \ln(1-3x)$. Tính $f^{(n)}(0)$.

3. Cho $y = \frac{x^4}{2-x}$. Tính $d^4 y$.

Bài 4. Áp dụng quy tắc L'Hospital, tính giới hạn

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x^2}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x \cdot \sin x}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \arctan(1+x) - \pi}{x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{x^3}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{2x^2}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2x} - e^x}{x^2}$

7. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^3 x}{x}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{1/x^2}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\tan 2x}$

10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\pi - 2 \arctan x)$

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{\sqrt{1+2x} - e^x}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln x$

13. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{4} - \arctan \frac{x}{x+1} \right)$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt[5]{1+5x} - (1+x)}$

15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{2017}}{e^x}$

16. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2}\right)^{\sin x}$

17. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x}\right)$

Chương 3. Tích phân

Bài 1. Ứng dụng của tích phân xác định

1. Tính độ dài của các đường cong sau:

(a) $y = \ln x$, với $1 \leq x \leq e$.

(b) $y = e^x$, $0 \leq x \leq 1$.

(c) $y = x^2 - \frac{1}{8} \ln x$; $1 \leq x \leq e$.

(d) $x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y$, $1 \leq y \leq e$.

(e) $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$; $0 \leq t \leq 2\pi$

(f) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, $a > 0$.

(g) $r = a(1 + \cos \varphi)$, $a > 0$.

(h) $y = \arcsin(e^{-x})$; $0 \leq x \leq 1$

(i) $r = 2\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

(j) $y = \ln(1 - x^2)$, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

(k) $y = \ln(\cos x)$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

2. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi:

(a) $y = x^2 - 1$ và $y = 3 - x^2$.

(b) $y = 1 + 2x - x^2$ và $y = 3 - x$.

(c) $y = x^3$, $y = 4x$.

(d) $x + y = 0$; $y = 3x - x^2$.

(e) $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$, $y = 2x$.

(f) (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

(g) $r = a(1 + \cos \varphi)$; $0 \leq \varphi \leq$

$$2\pi, a > 0.$$

(h) $y = x^2, y = 4x^2, y = 4.$

(i) $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2).$

(j) $y = -\sqrt{4 - x^2}$ và $x^2 + 3y = 0.$

(k) $y = 4 - x^2$ và $y = 2x + 1.$

(l) Một cung (một nhịp) Xicloit

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (0 \leq t \leq 2\pi)$$

và trục $Ox.$

(m) $y = x^3 (x \geq 0), y = x$ và $y = 2x.$

3. Tính thể tích của vật thể tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi:

(a) $y = 2x - x^2, y = 0$ quanh trục $Ox.$

(b) $y = 4x - x^2$ và $y = x$ quay quanh trục $Ox.$

(c) $y = x^2$ và $x = y^2$ quanh trục $Ox.$

(d) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}, a > 0$ quanh trục $Ox.$

(e) $x^2 + (y - 2)^2 = 1$ quanh $Ox.$

(f) $y = x, x = 0, y = \sqrt{1 - x^2}$ quanh trục $Oy.$

(g) $y = \ln x, y = 0, x = e,$ quay quanh trục $Ox.$

(h) $x^2 + y^2 = 4x - 3$ quanh trục $Oy.$

(i) $x = y^2 - 4$ và $x = 0$ quanh trục $Oy.$

(j) $y^2 + x = 9$ và $x = 0$ quanh trục $Oy.$

(k) $y = \frac{x^2}{2}$ và $y = \frac{x^3}{8}$ quanh trục $Ox.$

(l) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$ quanh trục $Oy.$

Bài 2. Tính các tích phân suy rộng

1. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(x+2)}$

6. $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

2. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^2(x+2)}$

7. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^4\sqrt{1+x^3}}$

3. $\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{(x^2+1)^3}$

8. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx$

4. $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^4+1}}$

9. $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx.$

5. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(\sqrt{x}+1)^3}$

10. $\int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x^2} dx$

$$11. \int_0^{+\infty} e^{-\sqrt{x}} dx$$

$$15. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 10}$$

$$12. \int_1^{+\infty} \frac{x^3}{e^{x^2}} dx$$

$$16. \int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$$

$$13. \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x} dx$$

$$14. \int_0^{+\infty} \frac{x \cdot \arctan x}{\sqrt{(1+x^2)^3}} dx$$

$$17. I = \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 1}}$$

Bài 3. Xét sự hội tụ của tích phân suy rộng

$$1. \int_1^{+\infty} \sqrt{x} \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$$

$$10. \int_1^{+\infty} \frac{x}{1+x^p} dx$$

$$2. \int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x} dx}{x^2 + \sin x}$$

$$11. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{\tan x}}$$

$$3. \int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx$$

$$12. \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e^{\sin x} - 1} dx$$

$$4. \int_1^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^2 \sqrt{x}} dx$$

$$13. \int_0^1 \frac{dx}{e^{\sqrt[4]{x}} - 1}$$

$$5. \int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x} dx$$

$$14. \int_0^1 \frac{x dx}{\tan x - \sin x}$$

$$6. \int_1^{+\infty} \frac{\arctan x}{x \sqrt{x}} dx$$

$$15. \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{e^{\sin 2x} - 1} dx$$

$$7. \int_1^{+\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{x}\right) dx$$

$$16. \int_0^1 \frac{\sin \sqrt{x}}{e^{\sqrt[3]{x^2}} - 1} dx$$

$$8. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \sqrt{x^4 + x^2 + 1}}$$

$$17. \int_0^1 \frac{\ln(1 + \sqrt{x})}{e^{\sin x} - 1} dx$$

$$9. \int_4^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^p}$$

$$18. \int_0^1 \frac{1 - \cos \sqrt{x}}{x \sqrt{x}} dx$$

$$19. \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{\ln(1+x)} dx$$

$$20. \int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{x} dx$$

Chương 4. Chuỗi

Bài 1. Xét sự hội tụ của chuỗi số

$$1. \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots$$

$$10. \sum_{n=1}^{+\infty} \ln\left(1 + \frac{1}{n\sqrt{n}}\right)$$

$$2. \sum_{n=1}^{+\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n})$$

$$11. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{n^{n^2} 3^n}$$

$$3. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^3 + n^2 + 2}$$

$$12. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln(n+1)}{n^3}$$

$$4. \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{n \ln n}{n^2 - 1}$$

$$13. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} \ln\left(1 + \frac{1}{n^p}\right)$$

$$5. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^n}{(n+1)^n \cdot 2^n}$$

$$14. \sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n \cdot \ln^k n}$$

$$6. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3.5.7 \dots (2n+1)}{2.5.8 \dots (3n-1)}$$

$$15. \sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 - 1}$$

$$7. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n \cdot n!}{n^n}$$

$$16. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{3n+2}{2n+7}\right)^n$$

$$8. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n^2}$$

$$17. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \frac{3^n}{n^3}$$

$$9. \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\tan \frac{1}{3n} - \sin \frac{1}{3n}\right)$$

$$18. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$$

Bài 2. Xét sự hội tụ tuyệt đối, hội tụ tương đối

$$1. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos(n\pi)}{(n+1)(n+2)}$$

$$4. \sum_{n=1}^{+\infty} \sin \frac{\pi n^2}{n+1}$$

$$2. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{2^n}{n!}$$

$$5. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1+n}{n^2}\right)$$

$$3. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n^2 + 1)}$$

$$6. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\ln(n+1)}$$

$$7. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$$

Bài 3. Tìm miền hội tụ của chuỗi hàm

$$1. \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-4)^n \arcsin^n x}{\pi^n (n+1)}$$

$$12. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{n4^n}$$

$$2. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n2^n} \left(\frac{x}{x+1}\right)^n$$

$$13. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n(2n-1)}$$

$$3. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-\ln x)^n}{2n+1}$$

$$14. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n9^n}$$

$$4. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n n^2}{3^n} e^{nx}$$

$$15. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-2)^n}{n\pi^n} x^n$$

$$5. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(\ln x)^n}$$

$$16. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\ln n}{n^2+1} x^n$$

$$6. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2x+1}\right)^n$$

$$17. \sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(\frac{1+n}{n^2}\right) x^n$$

$$7. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2 \ln^n x}$$

$$18. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^n}{2^n(2n+1)}$$

$$8. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{2^n} \left(\frac{2x+1}{x+2}\right)^n$$

$$19. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n(2n+1)}$$

$$9. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} \left(\frac{1-x}{1+x}\right)^n$$

$$10. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n(2x-3)^n}$$

$$20. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n(n+2)}$$

$$11. \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n4^n}$$

$$21. \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n (x+2)^n}{\sqrt{n^2+1}}$$