

Exam 1

Toan-ky-thuat

- (1) Với $x \in \mathbb{R}^n$, $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, ta xác định $\|x\|_1 = \sum_{i=1}^n |x_i|$. Biểu thức $\|x\|_1$ có thỏa mãn 3 tiên đề của chuẩn không? (xác định dương, thuần nhất, bất đẳng thức tam giác).
- (2) Tập $C = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : |x_1| + |x_2| \leq 1\}$ có là tập lồi không?
- (3) Tập $D = \{x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : |x_1| + |x_2| > 1\}$ có là tập lồi không?
- (4) Cho ma trận A cỡ $m \times n$, $y \in \mathbb{R}^m$, hàm $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ xác định bởi $f(x) = \frac{1}{2}\|Ax - y\|^2$. Hàm f có lồi khả vi không? và nếu có hãy tính $\nabla f(x) = ?$.